10 класс (условия, решения и критерии оценивания)

Задача 1. Гонки. Гоночный болид на тренировках перед заездом проехал участок длиной l. Известно, что скорость болида в начале участка v, в конце - $2v$. Чтобы стать чемпионом, гонщику нужно проехать участок за минимальное время. Найдите это время, считая, что скорость болида на участке не уменьшается, а ускорение – не больше a_0.

Возможное решение:

Чем быстрее болид наберет максимальную скорость, тем меньше будет время. Поэтому гонщику нужно стараться как можно быстрее разгоняться до максимальной скорости $2v$, а затем ехать равномерно с этой скоростью.

Время разгона болида до скорости $2v$ и пройденный за это время путь найдем из законов равноускоренного движения:

$$\Delta t_1 = \frac{2v - v}{a_0} = \frac{v}{a_0}, \; S = \frac{4v^2 - v^2}{2a_0} = \frac{3v^2}{2a_0}$$

Нужно также задать некоторые условия. В частности, болид за время разгона не должен выехать за пределы участка, поэтому $S < l$. Значит,

$$3v^2 < 2a_0 l \, .$$

Оставшийся участок (l – S) болид проезжает равномерно с максимальной скоростью $2v$. Это произойдет за время:

$$\Delta t_2 = \frac{l - S}{2v} = \frac{l}{2v} - \frac{3v}{4a_0}$$

Тогда не сложно рассчитать и минимальное время движения болида по участку:

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{v}{a_0} + \frac{l}{2v} - \frac{3v}{4a_0} = \frac{v}{4a_0} + \frac{l}{2v},$$

причем обязательно должно выполняться условие:

$3v^2 < 2a_0 l \, .$ (1)

Критерии оценивания:

Обоснованный выбор стратегии, согласно которой должен двигаться болид ……………..2 балла.

Найдено время разгона до 2v …….. ………………………………………………………………………………..2 балла.

Найден пройденный за это время путь ……………………………………………………………………. 2 балла.

Указаны ограничения на параметры задачи ………………………………………………………………… 1 балл.

Найдено время равномерного движения ………………………………………………. ………………… 2 балла.

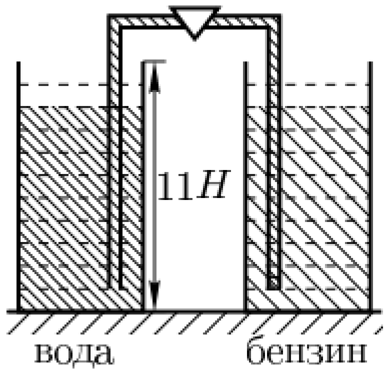
Получен окончательный ответ ………………………………………………………………………………..1 балл

Итого: ……10 баллов.

Примечание: если участник не указал ограничение (1), но все остальное решение является верным, то его оценка составляет 9 баллов.

В случае верного с точки зрения физики решения и наличия математической (не физической!) ошибки в преобразованиях, приводящей в итоге к ошибочной конечной формуле, за решение ставится в общей сложности 7 баллов.

Задача 2. Гидростатический эксперимент. Десятиклассник Артур проводил следующий эксперимент. Он взял одинаковые сосуды высотой 11Н и заполнил их до уровня 9Н водой и бензином (левый и правый сосуд соответственно - см. рисунок). Сверху сосуды Артур соединил тонкой трубкой с краном, причем трубку заполнил водой. Открытые концы трубки школьник погрузил на 8Н в каждую из жидкостей. Какие уровни установятся у Артура в сосудах, если он откроет кран?



Принять плотность воды $\rho_В$ = 1000 кг/м^3, плотность масла $\rho_м$ = 720 кг/м^3, Н = 1 см.

Решение:

В начальном состоянии (пока кран закрыт) давления у левого и правого открытых концов трубки разные, поскольку плотности жидкостей различны. Плотность воды больше, значит сразу после открывания крана давление слева больше давления справа, поэтому вода по тонкой трубочке начнет переливаться в сосуд с бензином.

Опять же, поскольку плотность воды больше, то в сосуде с бензином она будет опускаться на дно. Допустим, что после установления равновесия в правом сосуде окажется h воды. И предположим, что $h < H$, то есть вода не достигает открытого конца трубки. Тогда в левом воды останется $9H-h$ воды.

Равновесие наступает, когда давления по обе стороны трубки на уровне открытых концов окажутся равными:

$$p_1 = p_2,$$

$$\rho_В g(8H-h) = \rho_Б g(8H+h).$$

Здесь учтено, что давление оказывает только столб жидкости, находящийся над данным уровнем.

Выразим h:

$$h = 8H\frac{\rho_В - \rho_Б}{\rho_В + \rho_Б} = \frac{56}{43}H > H.$$

Предположение о том, что $h < H$ оказалось неверным, так что вода поднимется выше открытого конца трубки в правом сосуде. Запишем теперь равенство давлений с учетом этого:

$$\rho_В g(8H-h) = \rho_Б g9H+\rho_В g(h-H).$$

Это условие будет верным, если h < 2H, так как при h > 2H бензин начнет выливаться из правого сосуда и это необходимо будет учитывать.

$$h = 9H\frac{\rho_В - \rho_Б}{2\rho_В} = \frac{63}{50}H < 2H.$$

Итак, $h < 2H$, уровень бензина не поднимается до края сосуда, бензин не выливается из него.

Поэтому можно определить уровни жидкостей в сосудах после установления равновесия.

Уровень в левом сосуде: $h_1 = 9H - h = \frac{387}{50}H$ = 7,74 см,

уровень в правом сосуде: $h_2 = 9H + h = \frac{513}{50}H$ = 10,26 см.

Ответ: 7,74 см в левом сосуде, 10,26 см в правом сосуде.

Критерии оценивания:

Обоснованный вывод о том, что вода будет перетекать из левого сосуда в правый……..2 балла.

Условие равенства давлений на уровне концов трубки при первом предположении…….. 2 балла.

Условие равенства давлений на уровне концов трубки с учетом того, что h>H………... 2 балла.

Высота столба перетёкшей воды (h)……………………………………………………………………………… 2 балла.

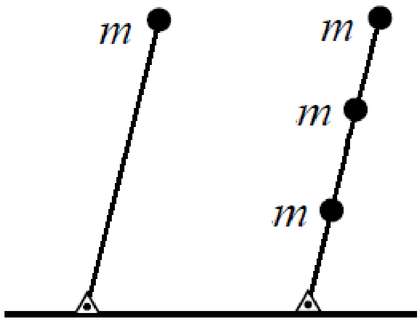
Определены уровни жидкостей в сосудах, дан верный численный ответ …………………… 2 балла.

Итого: ………10 баллов.

В случае верного с точки зрения физики решения и наличия математической (не физической!) ошибки в преобразованиях, приводящей в итоге к ошибочной формуле для высоты h и неверному ответу для уровней жидкости, за решение ставится в общей сложности 7 баллов.

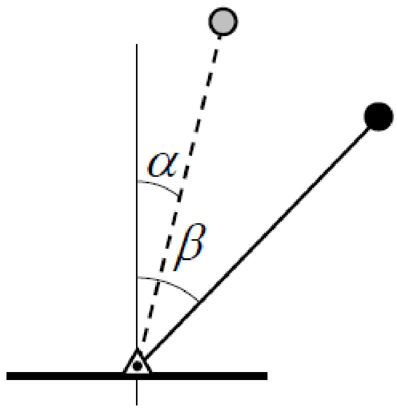
В случае верных формул для h, h_1, h_2 и при наличии ошибки в вычислениях за решение ставится в общей сложности 9 баллов.

Задача 3. Падение с вращением. На конце невесомого стержня укреплено очень маленькое тело массой m. Второй конец стержня закреплен шарнирно на горизонтальной поверхности. Если расположить стержень под некоторым углом к вертикали, а затем отпустить, он будет падать на поверхность в течение времени t. Какое время будут падать на поверхность стержень, если на расстояниях l/3 от его концов прикрепить к нему еще два таких же шарика массой m, потом расположить стержень под тем же углом к поверхности и отпустить?



Возможное решение:

Движение стержней нельзя считать равномерным, поэтому сравним угловые скорости стержней в тот момент, когда они будут расположены под некоторым углом к поверхности. Сначала рассмотрим первый стержень (с одним телом).



Когда он окажется под углом β к вертикали, потенциальная энергия уменьшится на следующую величину:

$$\Delta\Pi = mgl\left(\cos\alpha - \cos\beta\right)$$

где α - начальный угол между стержнем и вертикалью.
Поэтому закон сохранения механической энергии дает:

$$mgl\left(\cos\alpha - \cos\beta\right) = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 l^2}{2}$$

где v и ω - скорость тела и угловая скорость стержня в тот момент, когда он будет наклонен под углом β к вертикали. Отсюда находим:

$$\omega = \sqrt{\frac{2g\left(\cos\alpha - \cos\beta\right)}{l}}.$$

Рассмотрим теперь второй стержень в тот момент, когда он будет наклонен под углом β к вертикали. Для второго тела уменьшение потенциальной энергии будет определяться выражением:

$$\varDelta\Pi_2 = mgl(cos\alpha - cos\beta) + mg\frac{l}{3}(cos\alpha - cos\beta) + mg\frac{2l}{3}(cos\alpha - cos\beta)$$
$$\varDelta\Pi_2 = 2mgl(cos\alpha - cos\beta)$$

Закон сохранения механической энергии для второго стержня можно записать следующим образом:

$$2mgl(cos\alpha - cos\beta) = \frac{m\omega_2^2 l^2}{2} + \frac{m\omega_2^2 (l/3)^2}{2} + \frac{m\omega_2^2 (2l/3)^2}{2};$$
$$2mgl(cos\alpha - cos\beta) = \frac{m\omega_2^2 l^2}{2} + \frac{m\omega_2^2 l^2}{18} + \frac{4m\omega_2^2 l^2}{18} = 14\frac{m\omega_2^2 l^2}{18} = \frac{7m\omega_2^2 l^2}{9};$$
$$\omega_2 = \sqrt{\frac{18g(cos\alpha - cos\beta)}{7}}.$$

Поскольку угловая скорость – это:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

то отношение времен, которые стержень затрачивает на прохождение каждого малого поворота равно:

$$\frac{\Delta t}{\Delta t_2} = \frac{\omega_2}{\omega} = \sqrt{\frac{9}{7}}$$

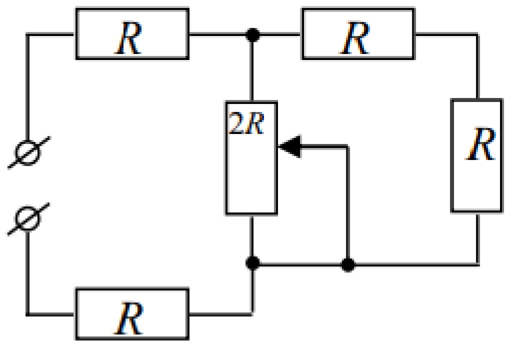
и не зависит от угла β. Это значит, что и отношение полных времен движения такое же. Поэтому:

$$t_2 = \sqrt{\frac{7}{9}}t = \frac{\sqrt{7}}{3}t.$$

Критерии оценки задачи

Правильная основная идея решения – сравнение угловых скоростей стержней на одинаковых высотах (при одинаковых углах отклонения) ………………………………………………............ 3 балла
Правильное использование закона сохранения энергии для нахождения отношение угловых скоростей стержней на одинаковых высотах (при одинаковых углах отклонения) ..... 4 балла
Правильно найдено отношение угловых скоростей стержней, и следовательно, времён прохождения малых углов ……………………………………………………………………….....2 балла
Правильный ответ ………………………………………………………………………………1 балл
Итого……10 баллов

Задача 4. Переменное сопротивление. Постройте график зависимости общего сопротивления цепи от положения ползунка потенциометра. Сопротивление потенциометра между неподвижными контактами 2*R*.



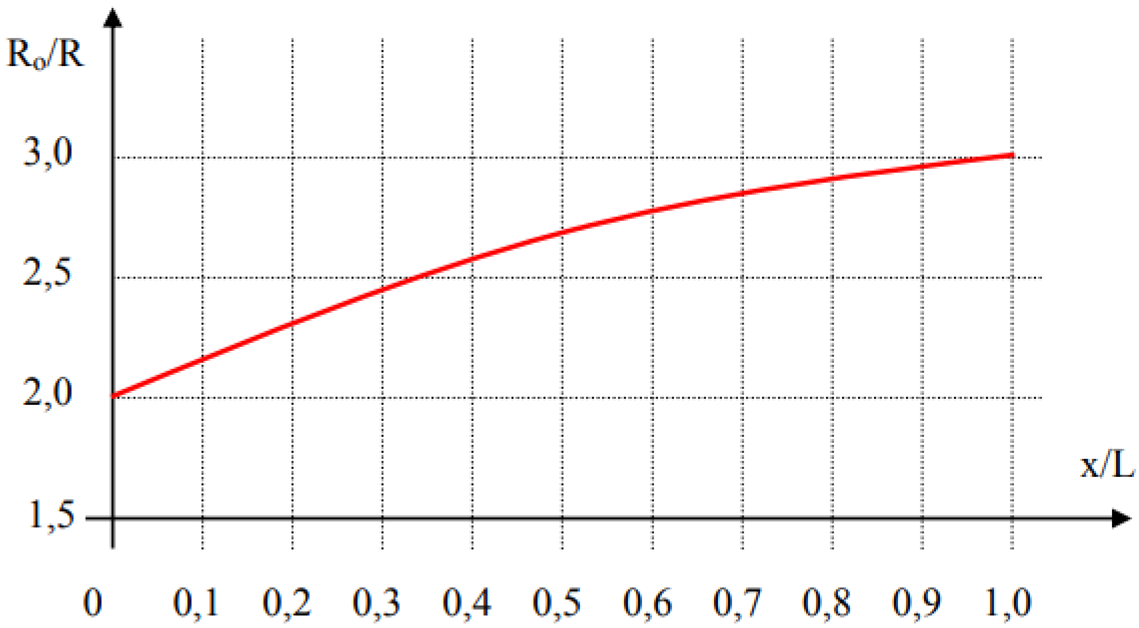
Возможное решение:

Потенциометр можно представить в виде двух резисторов, один из которых «закорочен» ползунком. Сопротивление другого резистора изменяется от 0 до 2*R* в зависимости от положения ползунка. Если *L* – максимальное перемещение ползунка, то в зависимости от его положения сопротивление этого резистора $r=2Rx/L$, где x — текущее положение ползунка.

Найдем общее сопротивление цепи:

$$R_0 = 2R + \frac{r2R}{r+2R} = 2R\left(\frac{2x+L}{x+L}\right).$$

Получили зависимость, по которой уже можно построить график. График строим по нескольким точкам.



Критерии оценивания:

Указано на линейность зависимости сопротивления реостата от положения ползунка …… 2 балла

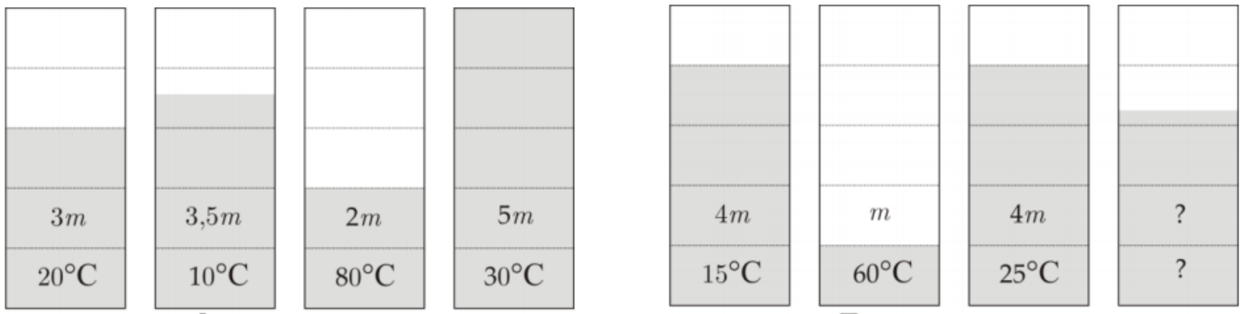
Получена формула для общего сопротивления цепи ……………………………………………………..4 балла

Построен верный график зависимости сопротивления от положения ползунка в удобном масштабе ………4 балла

Итого………10 баллов

Примечание: *оценка по последнему пункту зависит от качества построения графика: насколько рационально выбраны масштабы по осям, подписаны оси или нет и т.п.*

Задача 5. Четыре стакана. В секретной лаборатории проводили научный эксперимент. В четырех стаканах первоначально находилось разное количество одинаковой жидкости при разных температурах (см. рисунок с данными). После проведения эксперимента, связанного с переливанием и смешиванием, в трех стаканах оказалось другое количество жидкости при новых температурах. Определите, сколько осталось жидкости в четвертом сосуде и какова ее температура? Теплоемкостью стаканов, потерями жидкости и теплообменом с окружающей средой пренебречь.



До эксперимента *После эксперимента*

Возможное решение:

Масса жидкости должна оставаться неизменной: $3m + 3{,}5m + 2m + 5m = 4m + m + 4m + m_x$. Откуда $m_x = 4{,}5m$.

Вариант 1. Для нахождения температуры содержимого четвертого стакана удобно рассмотреть эксперимент эквивалентный данному и состоящий из трех этапов:

1) Все жидкости охлаждают до некоторой одинаковой температуры, при этом запасая выделившуюся теплоту Q в тепловом резервуаре;

2) Жидкости при этой температуре переливают;

3) Теплоту Q возвращают сосудам, причём каждый из них нагревается до конечной температуры.

Отсюда понятно, что сумма величин $c_i m_i t_i$ остаётся постоянной в этом эксперименте.

$3mc \cdot 20°C + 3{,}5mc \cdot 10°C + 2mc \cdot 80°C + 5mc \cdot 30°C = Q = 4mc \cdot 15°C + mc \cdot 60°C + 4mc \cdot 25°C + m_x c t_x$.

С учетом $m_x = 4{,}5m$, получим $t_x = 41{,}1$°С.

Вариант 2. Для нахождения температуры содержимого четвертого стакана воспользуемся методом «виртуального банка тепла». Предположим, что изначальное содержимое стаканов остыло до некоторой нулевой температуры. При этом выделилось тепло, которое мы запасем в некотором «банке». Затем это тепло пустим на нагревание содержимого трех стаканов в конце.

Остатки тепла пойдут на нагрев содержимого четвертого стакана. По сути этот метод - отражение закона сохранения энергии для тепловых процессов.

Уравнение теплового баланса примет вид:

$3mc \cdot 20°C + 3{,}5mc \cdot 10°C + 2mc \cdot 80°C + 5mc \cdot 30°C = Q = 4mc \cdot 15°C + mc \cdot 60°C + 4mc \cdot 25°C + m_x c t_x$. С учетом $m_x = 4{,}5m$, получим $t_x = 41{,}1$°C.

Критерии оценивания:

Нахождение массы содержимого четвертого сосуда ………………………………………………………….2 балла
Использование закона сохранения энергии ………………………………………………………………………4 балла
Нахождение температуры содержимого четвертого стакана ………………………………………….4 балла
Итого……10 баллов