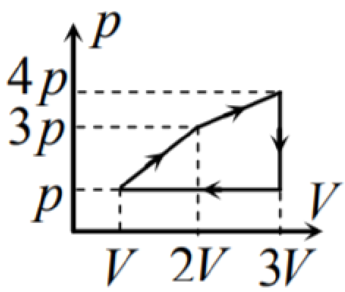
11 класс (условия, решения и критерии оценивания)

Задача 1. Циклический процесс. С одним молем одноатомного идеального газа происходит циклический процесс, график которого в координатах «давление-объем» приведен на рисунке. Найти КПД процесса. Все необходимые величины даны на рисунке.

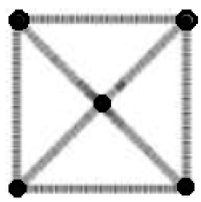


Возможное решение:
Работа газа за цикл равна площади цикла $A = 7pV/2$ (площадь треугольника плюс площадь трапеции).
Газ получает тепло от нагревателя в процессе расширения от V до $2V$ и от $2V$ до $3V$. Применим ко всему этому составному процессу первое начало термодинамики:
$Q = A_1 + \Delta U$.
Работу A_1 найдем как площадь под графиком:
$A_1 = 11pV/2$.
Изменение внутренней энергии:
$\Delta U = 3\nu R(T_2 - T_1)/2$, его можно выразить через давление и объем в начальной и конечной точках процесса. Для этого необходимо использовать уравнение Менделеева-Клапейрона ($pV = \nu RT$).
$\Delta U = 3(4p \cdot 3V - pV)/2 = 33pV/2$.
Тогда: $Q = 11pV/2 + 33pV/2 = 44pV/2$.
Осталось найти КПД:

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{7pV/2}{44\text{p}V/2} = \frac{7}{44} \approx 15{,}9\%.$$

Критерии оценивания:
Правильно найдена работа газа за цикл …………………………………………………........... 2 балла
Верно и обоснованно определены участки цикла, на которых газ получает тепло ……. 2 балла
Правильно найдено количество теплоты на указанных выше участках…………………..4 балла
Получен правильный ответ для КПД ..……………………………………………………2 балл
***Итого*……………………………………………………………………………………………10 баллов**

Задача 2. Пять шариков. Экспериментатор Глюк нашел у себя в столе пять маленьких шариков. Он соединил эти шарики недеформированными пружинами так, чтобы один из них оказался в центре квадрата, а остальные – в его вершинах. Затем Глюк зарядил шарики в углах квадрата до заряда q, а шарик в центре – до заряда Q, в результате чего сторона квадрата из шариков возросла до длины l. Найдите натяжения пружин, учитывая, что все они были нарезаны из одной длинной однородной пружины.



Возможное решение:

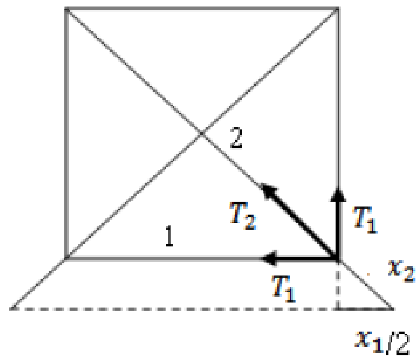
Для пружин, нарезанных из одной однородной пружины, жесткости обратно пропорциональны их длинам. Это следует из того, что при одинаковой силе отрезки одинаковой длины таких пружин растягиваются одинаково (одинаково относительное удлинение).

Тогда жёсткость пружины на диагонали $k_2 = \sqrt{2}k_1$ (1), где k_1 – жесткость пружины на стороне квадрата.

Растяжения этих пружин связаны так же как длина стороны квадрата с длиной половины диагонали, то есть $x_1 = \sqrt{2}x_2$ (2).

Отсюда следует замечательный результат для сил упругого натяжения пружин $T_1 = k_1x_1$ и $T_2 = k_2x_2$. Подставляя найденные выше отношения жесткостей и натяжений пружин получим, что $T_1 = T_2 = T$. (3).

Рассмотрим равновесие сил для углового шарика. На рисунке указаны три силы упругого натяжения.



Кроме них на угловой шарик действуют силы электростатического отталкивания со стороны трёх шариков в остальных углах и со стороны центрального шарика.

С учётом направления этих сил и используя закон Кулона получим:

$$T(1 + \sqrt{2}) = \frac{kQq}{(l/\sqrt{2})^2} + \sqrt{2}kq^2/l^2 + kq^2/2l^2 \quad (4)$$

(равновесие сил записано на направление диагонали).

Отсюда получается окончательный ответ:

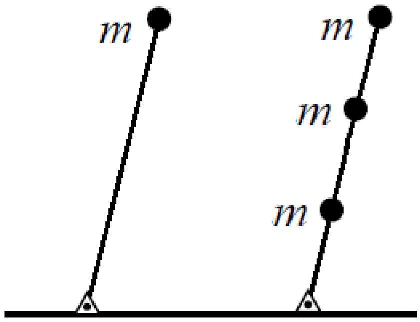
$$T = \frac{kq}{l^2(1 + \sqrt{2})}(2Q + q\sqrt{2} + q/2).$$

Здесь k – это коэффициент, входящий в закон Кулона, $k = 1/4\pi\varepsilon_0$.

Критерии оценивания:

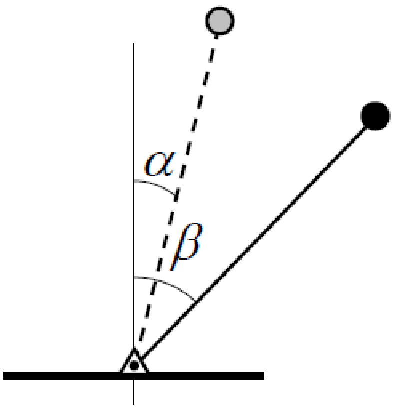
Найдена связь между жесткостями пружин (1) ………………………………………........... 2 балла
Найдена связь между деформациями пружин (2) …………………………………......... 2 балла
Сделан вывод о равенстве сил упругости всех пружин ………………………..……. 1 балл
Верно записано соотношение между силами, действующими на угловой шарик ……….4 балла
Получен конечный ответ……………. ..………………………………………………………1 балл
Итого……………………………………………………………………………………………10 баллов

Задача 3. Падение с вращением. На конце невесомого стержня укреплено очень маленькое тело массой m. Второй конец стержня закреплен шарнирно на горизонтальной поверхности. Если расположить стержень под некоторым углом к вертикали, а затем отпустить, он будет падать на поверхность в течение времени *t*. Какое время будут падать на поверхность стержень, если на расстояниях *l*/3 от его концов прикрепить к нему еще два таких же шарика массой m, потом расположить стержень под тем же углом к поверхности и отпустить?



Возможное решение:

Движение стержней нельзя считать равномерным, поэтому сравним угловые скорости стержней в тот момент, когда они будут расположены под некоторым углом к поверхности. Сначала рассмотрим первый стержень (с одним телом).



Когда он окажется под углом β к вертикали, потенциальная энергия уменьшится на следующую величину:

$$\Delta\Pi = mgl\left(\cos\alpha - \cos\beta\right)$$

где α - начальный угол между стержнем и вертикалью.
Поэтому закон сохранения механической энергии дает:

$$mgl\left(\cos\alpha - \cos\beta\right) = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 l^2}{2}$$

где *v* и *ω* - скорость тела и угловая скорость стержня в тот момент, когда он будет наклонен под углом β к вертикали. Отсюда находим:

$$\omega = \sqrt{\frac{2g\left(\cos\alpha - \cos\beta\right)}{l}}.$$

Рассмотрим теперь второй стержень в тот момент, когда он будет наклонен под углом β к вертикали. Для второго тела уменьшение потенциальной энергии будет определяться выражением:

$$\Delta\Pi_2 = mgl(cos\alpha - cos\beta) + mg\frac{l}{3}(cos\alpha - cos\beta) + mg\frac{2l}{3}(cos\alpha - cos\beta)$$
$$\Delta\Pi_2 = 2mgl(cos\alpha - cos\beta)$$

Закон сохранения механической энергии для второго стержня можно записать следующим образом:

$$2mgl(cos\alpha - cos\beta) = \frac{m\omega_2^2 l^2}{2} + \frac{m\omega_2^2 (l/3)^2}{2} + \frac{m\omega_2^2 (2l/3)^2}{2};$$
$$2mgl(cos\alpha - cos\beta) = \frac{m\omega_2^2 l^2}{2} + \frac{m\omega_2^2 l^2}{18} + \frac{4m\omega_2^2 l^2}{18} = 14\frac{m\omega_2^2 l^2}{18} = \frac{7m\omega_2^2 l^2}{9};$$
$$\omega_2 = \sqrt{\frac{18g(cos\alpha - cos\beta)}{7}}.$$

Поскольку угловая скорость – это:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

то отношение времен, которые стержень затрачивает на прохождение каждого малого поворота равно:

$$\frac{\Delta t}{\Delta t_2} = \frac{\omega_2}{\omega} = \sqrt{\frac{9}{7}}$$

и не зависит от угла β. Это значит, что и отношение полных времен движения такое же. Поэтому:

$$t_2 = \sqrt{\frac{7}{9}}t = \frac{\sqrt{7}}{3}t.$$

Критерии оценки задачи

Правильная основная идея решения – сравнение угловых скоростей стержней на одинаковых высотах (при одинаковых углах отклонения) …………………………………………….. 3 балла

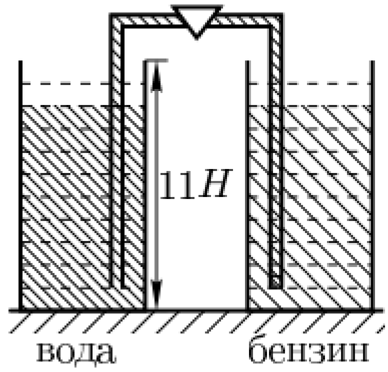
Правильное использование закона сохранения энергии для нахождения отношение угловых скоростей стержней на одинаковых высотах (при одинаковых углах отклонения) ……. 4 балла

Правильно найдено отношение угловых скоростей стержней, и следовательно, времён прохождения малых углов ………………………………………………………………..2 балла

Правильный ответ ……………………………………………………………………1 балл

Итого………10 баллов

Задача 4. Гидростатический эксперимент. Десятиклассник Артур проводил следующий эксперимент. Он взял одинаковые сосуды высотой 11Н и заполнил их до уровня 9Н водой и бензином (левый и правый сосуд соответственно - см. рисунок). Сверху сосуды Артур соединил тонкой трубкой с краном, причем трубку заполнил водой. Открытые концы трубки школьник погрузил на 8Н в каждую из жидкостей. Какие уровни установятся у Артура в сосудах, если он откроет кран? Принять плотность воды $\rho_В$ = 1000 кг/м^3, плотность бензина $\rho_Б$ = 720 кг/м^3, Н = 1 см.



Решение:

В начальном состоянии (пока кран закрыт) давления у левого и правого открытых концов трубки разные, поскольку плотности жидкостей различны. Плотность воды больше, значит сразу после открывания крана давление слева больше давления справа, поэтому вода по тонкой трубочке начнет переливаться в сосуд с бензином.

Опять же, поскольку плотность воды больше, то в сосуде с бензином она будет опускаться на дно. Допустим, что после установления равновесия в правом сосуде окажется h воды. И предположим, что $h < H$, то есть вода не достигает открытого конца трубки. Тогда в левом воды останется $9H$-h воды.

Равновесие наступает, когда давления по обе стороны трубки на уровне открытых концов окажутся равными:

$$p_1 = p_2,$$

$$\rho_В g(8H-h) = \rho_Б g(8H+h).$$

Здесь учтено, что давление оказывает только столб жидкости, находящийся над данным уровнем.

Выразим h:

$$h = 8H\frac{\rho_В - \rho_Б}{\rho_В + \rho_Б} = \frac{56}{43}H > H.$$

Предположение о том, что $h < H$ оказалось неверным, так что вода поднимется выше открытого конца трубки в правом сосуде. Запишем теперь равенство давлений с учетом этого:

$$\rho_В g(8H-h) = \rho_Б g9H+\rho_В g(h-H).$$

Это условие будет верным, если h < 2H, так как при h > 2H бензин начнет выливаться из правого сосуда и это необходимо будет учитывать.

$$h = 9H\frac{\rho_В - \rho_Б}{2\rho_В} = \frac{63}{50}H < 2H.$$

Итак, $h < 2H$, уровень бензина не поднимается до края сосуда, бензин не выливается из него.

Поэтому можно определить уровни жидкостей в сосудах после установления равновесия.

Уровень в левом сосуде: $h_1 = 9H - h = \frac{387}{50}H$ = 7,74 см,

уровень в правом сосуде: $h_2 = 9H + h = \frac{513}{50}H$ = 10,26 см.

Ответ: 7,74 см в левом сосуде, 10,26 см в правом сосуде.

Критерии оценивания:

Обоснованный вывод о том, что вода будет перетекать из левого сосуда в правый……..2 балла.

Условие равенства давлений на уровне концов трубки при первом предположении……. 2 балла.

Условие равенства давлений на уровне концов трубки с учетом того, что h>H……….. 2 балла.

Высота столба перетёкшей воды (h)…………………………………………………………………………… 2 балла.

Определены уровни жидкостей в сосудах, дан верный численный ответ …………………… 2 балла.

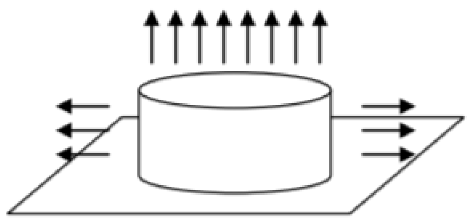
Итого: ……10 баллов.

В случае верного с точки зрения физики решения и наличия математической (не физической!) ошибки в преобразованиях, приводящей в итоге к ошибочной формуле для высоты h и неверному ответу для уровней жидкости, за решение ставится в общей сложности 7 баллов.

В случае верных формул для h, h_1, h_2 и при наличии ошибки в вычислениях за решение ставится в общей сложности 9 баллов.

Задача 5. Испарение углекислоты. Экспериментатор Глюк наблюдал за испарением углекислоты. Образец - цилиндр из твердой углекислоты радиуса R и высотой h = R/2 - стоял на одном из своих оснований на плоской поверхности. Глюк обнаружил следующее: углекислота испаряется так, что с единицы площади в единицу времени испаряется масса σ. Оцените, за какое время вся углекислота испарится. Плотность углекислоты ρ считайте известной.

Решение:



Приступая к решению задачи, необходимо учесть, что испарение цилиндра из углекислоты происходит с верхнего основания и с боковой поверхности, а с нижнего основания не происходит. Поэтому с течением времени меняется и площадь основания (из-за бокового испарения), и площадь боковой поверхности (за счет уменьшения радиуса и высоты).

Найдем скорость уменьшения размеров цилиндра.

Пусть открытая поверхность углекислоты (с которой и происходит испарение) равна S .

Тогда за малое время Δt испарится тонкий слой, толщиной Δh, которую можно найти из очевидного соотношения:

$$\sigma S \Delta t = \rho \Delta h S.$$

Отсюда найдем скорость уменьшения размеров углекислоты:

$$\frac{\Delta h}{\Delta t} = v = \frac{\sigma}{\rho}.$$

Из этой формулы следует, что скорость уменьшения размеров не зависит от площади поверхности, с которой происходит испарение. Это значит, что испарение с боковой поверхности не изменяет

скорость испарения с основания, а испарение с основания – скорость испарения с боковой поверхности.
Поэтому с боковой поверхности и с основания углекислота испарится за время:

$$t_{\text{бок}} = \frac{R}{v} = \frac{R\rho}{\sigma},$$

$$t_{\text{осн}} = \frac{h}{v} = \frac{R\rho}{2\sigma}.$$

Время испарения с основания меньше, поэтому цилиндр испарится за время

$$t = \frac{R\rho}{2\sigma}.$$

Критерии оценивания:

Указано, с каких поверхностей происходит испарение …………………………………………………..2 балла.

Найдена скорость уменьшения размеров цилиндра ……………………………………………………… 3 балла.

Сделан вывод о том, что скорость уменьшения размеров цилиндра не зависит от площади поверхности ……………………………………………………………………………………………………….……. 1 балл.

Найдены времена испарения с боковой поверхности и с основания цилиндра ……….. … ….2 балла.

Получен конечный ответ ……………………………………………………………………………………..…… 2 балла.

Итого: ……10 баллов.